

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ:
«ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ»
ΓΙΑΝΝΗΣ ΜΟΣΧΟΝΑΣ**

33^ο Διαγώνισμα (Εφ' όλης της ύλης)

Διάρκεια: 3 ώρες

ΘΕΜΑ 3ο

α) Αν οι συναρτήσεις f και g με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , είναι γνησίως μονότονες, να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f \circ g$ είναι 1-1.

Μονάδες 9

β) Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f^3(x^3 - 7x) - f^3(5x - 4) = 4[f(5x - 4) - f(x^3 - 7x)]$ έχει ακριβώς δύο θετικές και μια αρνητική ρίζα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} συνάρτηση f , η οποία ικανοποιεί

τη σχέση: $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \alpha \int_{\frac{\beta}{\alpha}}^{\frac{x+\beta}{\alpha}} e^{-at+\beta} f(x-at+\beta) dt$

με $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$.

α) Να βρείτε τον τύπο της f

Μονάδες 9

β) Αποδείξτε ότι η f έχει δυο τοπικά ακρότατα και ένα σημείο καμπής και να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου καμπής.

Μονάδες 5

γ) Αποδείξτε ότι η C_f τέμνει τουλάχιστον μια φορά τον πραγματικό άξονα.

Μονάδες 3

δ) i) Αν η ευθεία $\varepsilon: y = 13x - 6$ είναι η εφαπτομένη της C_f στο σημείο της $A(1,7)$, να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

Μονάδες 4

ii) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την C_f την ευθεία $\varepsilon: y = 13x - 6$ και τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 4

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Οι λύσεις όλων των θεμάτων, δίνονται με υποδειγματικό τρόπο στο παραπάνω βιβλίο.